

上位蜃気楼変化から見る境界層の動的振る舞いの理論的考察

(2015.5.17. 日本蜃気楼協議会第12回研究発表会 会場:魚津埋没林博物館研修室)

琵琶湖地域環境教育研究会 松井 一幸

昨年筆者は、ホイヘンスの原理を用いた光の経路計算により、下位や上位の蜃気楼変化を統一的にシミュレーションできる新しい蜃気楼の計算手法を発表した。

今回はこの方法をより分かり易く解説すると共に、境界層の高度が一様ではなく、対象物に向かって線型的に上昇・下降する場合を取り上げ上位蜃気楼の形状変化を考察する。

実景として大津市小松浜から見た琵琶湖大橋を用いる。大橋までの距離は14,700mあり、構造が良く分かっており、小さな蜃気楼変化も観測と理論の比較が容易だからである。

1. はじめに

蜃気楼は純粋に科学的に光の屈折で説明できる。蜃気楼には下位と上位が存在する。下位蜃気楼は湖面近くの暖かい空気層による光の屈折が関係し、上位蜃気楼は空中に浮かぶ逆転層の境界での光の屈折が関係する光学現象である。蜃気楼は光の経路を明らかにすることにより得られる蜃気楼曲線を用いて正しく理解することができる。

2. 蜃気楼の理論的計算の準備

(1)地球の丸さ

蜃気楼を正確に扱うには、地球の丸さを考慮する必要がある。地球半径を $R=6,370\text{km}$ とし、観測点の湖面から水平方向を x 軸、鉛直方向を y 軸にとると、湖面の落ち込みは、

$$y = -\alpha x^2$$

で近似できる。ここに $\alpha = 1/(2R)$ 。

計算機を用いて数値計算を行う場合には必ずしも近似式を用いる必要はない。

(2)大気の気温分布のモデル化

ニュートンの冷却の法則を応用し、下位・上位蜃気楼に対する気温分布を次のようにモデル化した。地球の丸さを補正する形で湖面からの気温変化を考慮している。

○下位蜃気楼

$$t_l(x,y) = t_3 + (t_2 - t_3) \cdot \exp[-(y + \alpha x^2)/d]$$

ここに、 t_2 :湖面気温、 t_3 :上層気温、 d :降下定数(暖気層の気温降下の目安)

○上位蜃気楼

$$t_s(x,y) = \{t_1 + t_2 \cdot \exp[-(y + \alpha x^2 - H)/D]\} / \{1 + \exp[-(y + \alpha x^2 - H)/D]\}$$

ここに、 t_2 :下層気温、 t_1 :上層気温、 $H(x,y)$:境界層の高さ、 D :気温跳躍定数

○通常の気温減率

$$t_n(x,y) = -(0.6/100)(y + \alpha x^2)$$

◇全てが共存する時

$$t(x,y) = t_l(x,y) + t_s(x,y) + t_n(x,y)$$

(3)大気の屈折率

StoneとZimmermannの文献から以下の式を用いた。湖面の高さ85mを考慮している。

$$n(x,y) = 1 + 0.0789/[273.15 + t(x,y)]$$

3. 光の経路算出(ray tracing)

ホイヘンスの原理を用いると光の経路は隣接する2本の光線の進み方で決めることができる。

実際の計算では、上下1cm離れた2地点から同方向に角度 θ で飛び出した光が1m進んだ時の到達距離の差から光の曲がる角度 $\Delta\theta$ を計算し、次々と繰り返すことにより対象物(琵琶湖大橋)に到達するまでの経路を算出した。

光の経路には可逆性があるので、観測点から対象物に進む光の逆経路を対象物から観測者への光の経路とした。

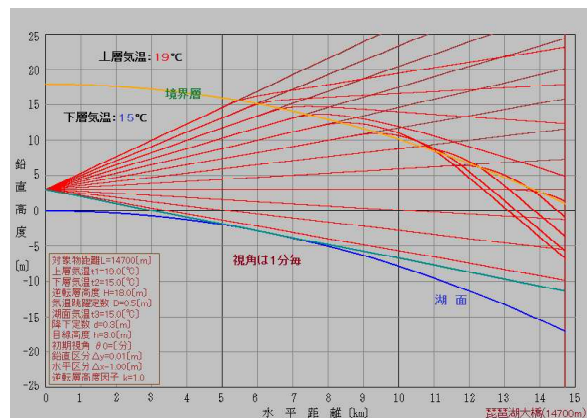


図-1 光の経路(ray tracing)計算の一例 (上位蜃気楼:琵琶湖大橋横Vの例)

4. 蜃気楼曲線 (mirage curve)

図-1は角度1分毎のRayTracingであるが、実際は非常に細かく初期視角を変化させて到達位置を算出した。到達位置の高さから実景における視角を算出した。

下位蜃気楼ではパラメータ t_2, t_3, d 、上位蜃気楼ではパラメータ t_1, t_2, H, D をセットして、 θ_0 を変化させ、各々に対応する θ_R を計算で求めた。 θ_0 を実視角、 θ_R を実景角と呼ぶ。

縦軸に θ_0 、横軸に θ_R で計算結果をプロットすると下図のような曲線が得られる。これを蜃気楼曲線(mirage curve)と呼ぶことにする。

図-2 下位・上位蜃気楼の蜃気楼曲線の例

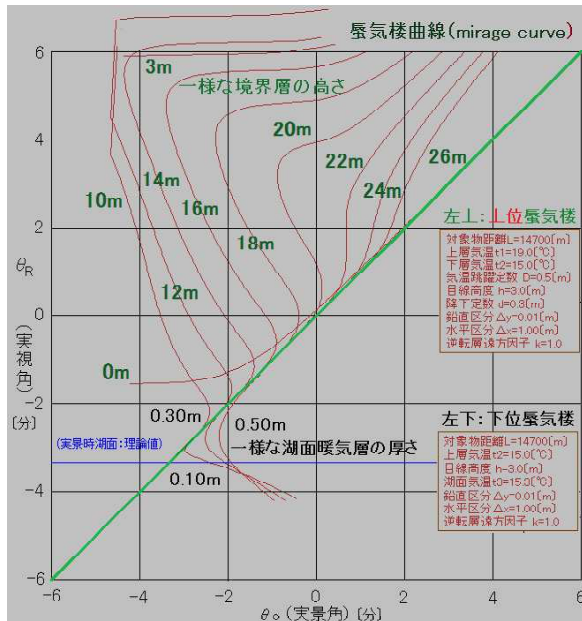


図-2は琵琶湖大橋をターゲットにした蜃気楼曲線である。横軸 θ_0 (実景角)は実景の時に見える対象物の視角で、 θ_0 と蜃気楼曲線との交点の縦軸 θ_R は、その点が蜃気楼時に見える視角を表す。図中45度の緑線は実景時の見え方を表し、実景では常に $\theta_0 = \theta_R$ である。

下位蜃気楼曲線は常に45度実景線よりも下に位置し、上位蜃気楼曲線は上に位置する。このことが蜃気楼の形状に関係なく下位・上位の言葉の持つ本質を表すと思われる。

上位・下位の領域が独立していることから、下位と上位の蜃気楼の共存はありうる。実際に琵琶湖でもそのような例は報告されている。

グラフを見ると分かるように、下位蜃気楼は左に凸の形をしており、その頂点の θ_R は折畳線(foldline または vanishing line)と呼ばれている。この線の下に倒立虚像ができる。

これに比べて上位蜃気楼曲線は境界層の高さによって著しく形を変える。下位蜃気楼に比べて何倍も大きな変化である。境界層が高い時は対象物に小さな伸びが見られるが、低くなると大きな伸びに変わり、さらに低くなるとS字型曲線になり、下から正立、倒立、正立の蜃気楼となる。S字の上の右の水平傾斜は景色が縮み頭打ちになる板塀状蜃気楼を物語っている。

自然の景色だと上位蜃気楼変化と蜃気楼曲線との関連付けは難しいが、琵琶湖大橋の場合には、境界層の高さが低くなることにより、ドーナツ型、 Ω 型、太い眉毛状、Z型、横V型、フ

ーチング型、湖面蜃気楼型、湖面伸び実景縮み型と言われる型へと形を変えて行くことを昨年の研究で明らかにしている。

5. 蜃気楼シミュレーション(mirage simulation)

蜃気楼曲線(mirage curve)に基づき、 θ_0 に対応する実景画像の縦1dotの横線画像を θ_R に対応する位置へコピー・ペーストする。この作業を繰り返すと蜃気楼画像が得られる。計算や画像処理プログラミングは、全てPC上でVisual Basicを用いて行った。

6. 境界層の高さが変化するモデル

これまでは境界層の高さが一様に変化するモデルを採用してきた。境界層は空に浮かぶカーテンのように揺らいたり、上下運動をしていると考えられる。琵琶湖大橋の蜃気楼変化を観察していると、境界層が上から下へと運動していると考えざるを得ない変化が多い。境界層の高さを観測する場合には、時間的空間的に時々刻々変化する高さを正確に瞬時に測定する方法が必要とされるので難題である。

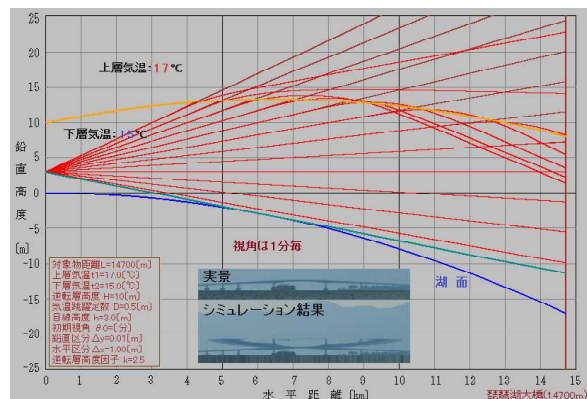


図-3 境界層の高さが変化するモデル

観測点で境界層の高さが H_0 、対象物(距離L)で kH_0 に直線的に変化するモデルを考えた。 $H = H_0\{1 + (k-1)/L\}$ として、ray tracingを行うと $k = 2.5$ 、 $H_0 = 10\text{m}$ 場合、 $t_1 = 17^\circ\text{C}$ 、 $t_2 = 15^\circ\text{C}$ の僅か 2°C 差で琵琶湖大橋上部に反転像ができる結果を一例として得た。

$k > 1$ の場合は境界層の通過距離が増すため蜃気楼変化を強める効果をもたらすと考えられる。一方、 $k < 1$ の場合には、蜃気楼効果は弱まり、対象物の低い地点の蜃気楼変化が顕著に現れると考えられる。

7. おわりに

上位蜃気楼の形から境界層の高さを推定できることが分かったが、境界層の物理的形成過程を明らかにすることが今後の課題である。